

Действия с обыкновенными дробями

Основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.

$$\frac{12}{20} = \frac{12:4}{20:4} = \frac{3}{5}; \quad \frac{27}{36} = \frac{27:9}{36:9} = \frac{3}{4}; \quad \frac{5}{7} = \frac{5*3}{7*3} = \frac{15}{21}; \quad \frac{11}{15} = \frac{11*5}{15*5} = \frac{55}{75}$$

Сокращение дробей

Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от единицы, называют сокращением дроби.

$$\frac{14}{21} = \frac{14:7}{21:7} = \frac{2}{3}; \quad \frac{27}{36} = \frac{27:9}{36:9} = \frac{3}{4}; \quad \frac{35}{70} = \frac{35:35}{70:35} = \frac{1}{2}; \quad \frac{48}{36} = \frac{48:12}{36:12} = \frac{4}{3}$$

Приведение дробей к общему знаменателю

Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей этих дробей, оно и будет их наименьшим общим знаменателем;
- 2) разделить наименьший общий знаменатель на знаменатели данных дробей, т. е. найти для каждой дроби дополнительный множитель;
- 3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель.

$$\frac{5^{\setminus 3}}{7} \text{ и } \frac{2^{\setminus 7}}{3} \Rightarrow \frac{5}{7} = \frac{5*3}{7*3} = \frac{15}{21} \quad \text{и} \quad \frac{2}{3} = \frac{2*7}{3*7} = \frac{14}{21}$$

Действия с обыкновенными дробями

Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

$$\frac{5^{\setminus 3}}{7} \text{ и } \frac{2^{\setminus 7}}{3} \Rightarrow \frac{5}{7} = \frac{5 * 3}{7 * 3} = \frac{15}{21} \text{ и } \frac{2}{3} = \frac{2 * 7}{3 * 7} = \frac{14}{21} \Rightarrow \frac{15}{21} > \frac{14}{21} \Rightarrow \frac{5}{7} > \frac{2}{3};$$

$$\frac{5^{\setminus 3}}{12} \text{ и } \frac{4^{\setminus 4}}{9} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{5 * 3}{12 * 3} = \frac{15}{36} \text{ и } \frac{4}{9} = \frac{4 * 4}{9 * 4} = \frac{16}{36} \Rightarrow \frac{15}{36} < \frac{16}{36} \Rightarrow \frac{5}{12} < \frac{4}{9};$$

$$\frac{8^{\setminus 4}}{15} - \frac{5^{\setminus 5}}{12} = \frac{8 * 4 - 5 * 5}{60} = \frac{32 - 25}{60} = \frac{7}{60}$$

Сложение и вычитание смешанных чисел

Чтобы **сложить смешанные числа**, надо:

- 1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;
- 2) отдельно выполнить сложение целых частей и отдельно дробных частей.

Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, выделить целую часть из этой дроби и прибавить ее к полученной целой части.

$$5 + 4\frac{3}{5} = 9\frac{3}{5}; \quad 4\frac{3}{5} + 6\frac{1}{5} = (4 + 6) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right) = 10\frac{4}{5};$$

$$7\frac{4}{5} + 4\frac{2}{7} = (7 + 4) + \left(\frac{4^{\setminus 7}}{5} + \frac{2^{\setminus 5}}{7}\right) = 11 + \frac{4 * 7 + 2 * 5}{35} = 11 + \frac{38}{35} = 11 + 1\frac{3}{35} = 12\frac{3}{35}$$

Действия с обыкновенными дробями

Чтобы выполнить вычитание смешанных чисел, надо:

- 1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю; если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, превратить ее в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть;
- 2) отдельно выполнить вычитание целых частей и отдельно дробных частей.

$$6\frac{7}{8} - 3 = 3\frac{7}{8}; \quad 9 - 4\frac{6}{7} = 8\frac{7}{7} - 4\frac{6}{7} = (8 - 4) + \left(\frac{7}{7} - \frac{6}{7}\right) = 4\frac{1}{7};$$

$$8\frac{3}{4} - 2\frac{1}{3} = (8 - 2) + \left(\frac{3^{\setminus 3}}{4} - \frac{1^{\setminus 4}}{3}\right) = 6 + \frac{3 * 3 - 1 * 4}{12} = 6 + \frac{5}{12} = 6\frac{5}{12}$$

$$5\frac{5}{12} - 3\frac{7}{8} = (5 - 3) + \left(\frac{5^{\setminus 2}}{12} - \frac{7^{\setminus 3}}{8}\right) = 2 + \frac{5 * 2 - 7 * 3}{24} = 1\frac{24}{24} + \frac{10 - 21}{24} = 1 + \frac{24 + 10 - 21}{24} = 1\frac{13}{24}$$

Умножение обыкновенных дробей

Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо ее числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменения.

$$\frac{2}{5} * 7 = \frac{2}{5} * \frac{7}{1} = \frac{2 * 7}{5 * 1} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}; \quad \frac{7}{24} * 8 = \frac{7}{24} * \frac{8}{1} = \frac{7 * 8}{24 * 1} = \frac{56}{24} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

Действия с обыкновенными дробями

Чтобы умножить дробь на дробь, надо:

- 1) найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей;
- 2) первое произведение записать числителем, а второе – знаменателем.

$$\frac{5}{6} * \frac{1}{8} = \frac{5 * 1}{6 * 8} = \frac{5}{48}; \quad \frac{5}{8} * \frac{4}{15} = \frac{5 * 4}{8 * 15} = \frac{1 * 1}{2 * 3} = \frac{1}{6}; \quad \frac{9}{25} * \frac{5}{18} = \frac{9 * 5}{25 * 18} = \frac{1 * 1}{5 * 2} = \frac{1}{10}$$

Для того чтобы выполнить **умножение смешанных чисел**, надо их записать в виде неправильных дробей, а затем воспользоваться правилом умножения дробей.

$$2\frac{3}{4} * 7 = \frac{11}{4} * \frac{7}{1} = \frac{11 * 7}{4 * 1} = \frac{77}{4} = 19\frac{1}{4}; \quad 1\frac{4}{5} * 3\frac{1}{3} = \frac{9}{5} * \frac{10}{3} = \frac{9 * 10}{5 * 3} = \frac{3 * 2}{1 * 1} = \frac{6}{1} = 6;$$

$$9\frac{3}{5} * 1\frac{5}{12} = \frac{48}{5} * \frac{17}{12} = \frac{48 * 17}{5 * 12} = \frac{4 * 17}{5 * 1} = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5}.$$

Чтобы умножить смешанное число на натуральное число, можно:

- 1) умножить целую часть на натуральное число;
- 2) умножить дробную часть на это натуральное число;
- 3) сложить полученные результаты.

$$2\frac{3}{4} * 7 = \left(2 + \frac{3}{4}\right) * 7 = 2 * 7 + \frac{3}{4} * 7 = 14 + \frac{21}{4} = 14 + 5\frac{1}{4} = 19\frac{1}{4}.$$

Действия с обыкновенными дробями

Нахождение дроби от числа

Чтобы найти дробь от числа, нужно умножить число на эту дробь.

$$0,5 \text{ от } 80 \text{ равны } 80 * 0,5 = 40; \quad \frac{2}{3} \text{ от } 6 \text{ равны } 6 * \frac{2}{3} = \frac{6}{1} * \frac{2}{3} = \frac{6 * 2}{1 * 3} = \frac{2 * 2}{1 * 1} = 4;$$
$$\frac{3}{8} \text{ от } \frac{32}{81} \text{ равны } \frac{3}{8} * \frac{32}{81} = \frac{3 * 32}{8 * 81} = \frac{1 * 4}{1 * 27} = \frac{4}{27};$$

$$12\% \text{ от } 45 \text{ равны } 0,12 * 45 = 5,4; \quad 0,8\% \text{ от } 2,5 \text{ равны } 0,008 * 2,5 = 0,02.$$

Взаимно обратные числа

Два числа, произведение которых равно 1, называют **взаимно обратными**

$$\left(\text{например, } \frac{7}{15} \text{ и } \frac{15}{7}; \frac{31}{79} \text{ и } \frac{79}{31}; 5 \text{ и } \frac{1}{5} \right).$$

Деление обыкновенных дробей

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

$$\frac{3}{4} : \frac{7}{8} = \frac{3}{4} * \frac{8}{7} = \frac{3 * 8}{4 * 7} = \frac{3 * 2}{1 * 7} = \frac{6}{7}; \quad \frac{5}{12} : \frac{25}{48} = \frac{5}{12} * \frac{48}{25} = \frac{5 * 48}{12 * 25} = \frac{1 * 4}{1 * 5} = \frac{4}{5};$$
$$9\frac{3}{5} : 2\frac{2}{11} = \frac{48}{5} : \frac{24}{11} = \frac{48}{5} * \frac{11}{24} = \frac{48 * 11}{5 * 24} = \frac{2 * 11}{5 * 1} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}.$$

Действия с обыкновенными дробями

Нахождение числа по его дроби

Чтобы найти число по данному **значению его дроби**, надо это значение разделить на дробь.

Если $\frac{2}{3}$ некоторого числа составляет 500, то само число равно

$$500 : \frac{2}{3} = \frac{500}{1} * \frac{3}{2} = \frac{500 * 3}{1 * 2} = \frac{250 * 3}{1 * 1} = \frac{750}{1} = 750.$$

Отношения и пропорции

Частное двух чисел называют **отношением** этих чисел. Равенство двух отношений называют **пропорцией**.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ или $a : b = c : d$, где числа a и d называют крайними членами пропорции, c и b – средними членами пропорции.

Основное свойство пропорции: в верной пропорции **произведение крайних членов равно произведению средних**. $a \cdot d = b \cdot c$

Нахождение неизвестного члена пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$a = \frac{bc}{d}; \quad b = \frac{ad}{c}; \quad c = \frac{ad}{b}; \quad d = \frac{bc}{a}$$

Если в верной пропорции поменять местами средние члены или крайние члены, то получившиеся новые пропорции тоже верны. Отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности называют масштабом карты.